NOMBRES REELS

Proposition 1 (**Inégalités triangulaires**)
Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

$$||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|.$$

Théorème 1 (**de la borne supérieure**)
Toute partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure dans $\mathbb{R}$.

Théorème 2 (**Partie entière**)
Soit $x \in \mathbb{R}$. Il existe un unique entier n tel que $n \leq x < n + 1$, n est appelé la partie entière de x et est noté $\mathrm{E}(x)$ ou $\lfloor x \rfloor$.

Théorème 3 (**Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ par la convexité**)
Une partie X de $\mathbb{R}$ est un intervalle de $\mathbb{R}$ si et seulement si pour tous a et b dans X tels que $a \leq b$, alors $[a, b] \subset X$.

Théorème 4
Les ensembles $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sont denses dans $\mathbb{R}$.