COMPLEMENTS D'ALGEBRE LINEAIRE

Proposition 1
Le produit cartésien d'un nombre fini de $\mathbb{K}$-espaces vectoriels de dimensions finies est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie égale à la somme des dimensions.

Proposition 2
Soit H un sous-espace vectoriel d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E de dimension finie.
H est un hyperplan si et seulement s'il existe une forme linéaire non nulle φ sur E telle que $H = \mathrm{Ker}(\varphi)$.

Proposition 3
Soient M et N dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie n. Il y a équivalence entre les énoncés :
(i) M et N sont semblables,
(ii) il existe $u \in \mathcal{L}(E)$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ deux bases de E tels que M soit la matrice représentative de u dans $\mathcal{B}$ et N celle de u dans $\mathcal{C}$.

Proposition 4

1. La trace est une forme linéaire non nulle sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
2. $\forall A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\mathrm{Tr}({}^tA) = \mathrm{Tr}(A)$.
3. $\forall (A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})^2$, $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$.
4. La trace est un invariant de similitude.