REVISIONS INTEGRALES

Exercice 1
Calculer
$$I = \int_0^1 \frac{x^4}{x^{10}+1}dx.$$

Exercice 2
Soient a et b deux réels. Calculer les intégrales suivantes :
$$I(a,b) = \int_0^1 e^{ax}\cos(bx)dx \qquad J(a,b) = \int_0^1 e^{ax}\sin(bx)dx.$$

Exercice 3
Calculer les intégrales suivantes :
$$I_1 = \int_0^{\pi} \cos^2 x \sin^3 x dx \qquad I_2 = \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}dx \qquad I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{(2+\sin x)^2}dx.$$

Exercice 4
Calculer l'intégrale suivante :
$$I = \int_4^5 \frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}dx.$$

Exercice 5
On pose $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan x)dx$. Calculer I en effectuant le changement de variable $y = \frac{\pi}{4} - x$.

Exercice 6
Calculer les intégrales suivantes :
$$I_1 = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}dx \qquad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+\cos x}dx.$$

Exercice 7
Calculer
$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+t+t^2}dt.$$

Exercice 8
Calculer la limite, lorsque n tend vers $+\infty$ de la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par :
$$\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{n\sqrt{n}\sqrt{n^3+k^3}}.$$

Exercice 9
Soient a et b deux réels avec $a < b$. Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ continue et telle que pour tout $x \in [a,b]$, $f(a+b-x) = f(x)$.

1. Montrer que
$$\int_a^b tf(t)dt = \frac{a+b}{2}\int_a^b f(t)dt.$$
2. En déduire $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{te^{it}}{1+\cos^2 t}dt$.