Programme de colles

MPI

du 21 au 25 novembre 2022.

1 Espaces vectoriels normés.

1.1 Normes.

1.2 Suites.

1.3 Comparaison de normes.

2 Topologie et continuité.

2.1 Topologie d'un espace vectoriel normé.

2.2 Etude locale d'une application, continuité.

3 Compacité et espaces vectoriels de dimension finie.

3.1 Compact.

Les compacts sont fermés et bornés, produit fini de compacts. L'image continue d'un compact est compacte, cas des fonctions à valeurs réelles : théorème des bornes atteintes. Uniforme continuité, théorème de Heine.

3.2 Espaces vectoriels normés de dimension finie.

Equivalence des normes. Caractérisation de la convergence d'une suite par la convergence de ses suites coordonnées, caractérisation de la convergence d'une application par la convergence de ses applications coordonnées. Théorème de Bolzano-Weierstrass, les compacts sont les parties fermées et bornées. Une suite bornée d'un espaces vectoriel normé de dimension finie converge si et seulement si elle possède une unique valeur d'adhérence. Tout sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace vectoriel normé est fermé. Les applications linéaires sur un espace vectoriel de dimension finie sont continues. Toute application polynomiale est continue, toute application multilinéaire sur un produit d'espaces vectoriels de dimension finie est continue.

3.3 Connexité par arcs.

Toute partie étoilée est connexe par arcs, les parties connexes par arcs de $\mathbb{R}$ sont les intervalles. L'image continue d'un connexe par arcs est connexe par arcs, dans le cas où la fonction est à valeurs réelles : théorème des valeurs intermédiaires.

4 Exercices de la banque CCINP.

13-35-36-38-40-41-54-61.

Prochaine semaine : intégration