

Programme de colles

PSI

du 23 janvier au 3 février 2017.

Colle classique

1 Intégration : cours.

Un énoncé parmi les quatre suivants sera demandé : théorème de convergence dominée, théorème d'interversion somme intégrale sur un intervalle, continuité ou régularité d'une intégrale à paramètre.

2 Espaces vectoriels normés de dimension finie.

2.1 Normes.

Normes, distance, boules. Attention, on ne parle plus de normes équivalentes.

2.2 Suites

Convergence, la convergence d'une suite et sa limite ne dépendent pas de la norme (admis), caractérisation de la convergence d'une suite par la convergence de ses suites coordonnées, opérations algébriques.

2.3 Un peu de topologie (dans un espace vectoriel de dimension finie).

Points intérieurs, parties ouvertes : **Q1 : une boule ouverte est un ouvert, Q2 : union et intersection d'ouverts.** Points adhérents, parties fermées : **Q3 : une boule fermée est un fermé, Q4 : caractérisation séquentielle des fermés.** Intérieur, adhérence et frontière d'une partie. Le mot "compact" n'est plus au programme.

2.4 Limites

Indépendance vis à vis de la norme en dimension finie (admis), caractérisation à l'aide des applications coordonnées, opérations algébriques, caractérisation séquentielle, composition.

2.5 Continuité.

En un point, sur une partie, lien avec les applications coordonnées, opérations algébriques, composition ; fonctions lipschitziennes. **Q5 : si f est continue de E vers \mathbb{R} , alors $\{x \in E \mid f(x) > 0\}$ est un ouvert de E et $\{x \in E \mid f(x) \geq 0\}$ et $\{x \in E \mid f(x) = 0\}$ sont des fermés de E .** Soit F une partie fermée bornée de E , soit f est une application continue de F vers \mathbb{R} , alors f est bornée et atteint ses bornes (admis). Les applications linéaires sont continues. Les applications n -linéaires sont continues.