

Programme de colles

MP2

du 28 septembre au 2 octobre 2020.

1 Révisions d'algèbre linéaire de sup.

1.1 Espaces vectoriels

Espaces vectoriels ; sous-espaces vectoriels ; familles de vecteurs, familles libres, génératrices, bases ; somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels, somme directe, supplémentaires.

1.2 Espaces de dimension finie.

Existence de bases, théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète ; dimension d'un espace de dimension finie, caractérisation des bases en dimension finie, dimension du produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels de dimension finie, rang d'une famille de vecteurs ; sous-espaces et dimension, formule de Grassmann, caractérisation de la somme directe d'une famille de sous-espaces avec les dimensions.

1.3 Applications linéaires.

Généralités, noyau, image d'une application linéaire ; endomorphismes, identité, homothétie, anneau $(\mathcal{L}(E), +, \circ)$, projecteurs, symétries, automorphismes, groupe linéaire ; détermination d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base, caractérisation de la bijectivité en dimension finie, dimension de $\mathcal{L}(E, F)$ quand E et F sont de dimension finie, détermination d'une application linéaire par ses restrictions à des sous-espaces vectoriels supplémentaires ; théorème du rang ; formes linéaires et hyperplans.

1.4 Matrices.

Calcul matriciel, anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, formule du binôme, matrices inversibles, inverse, groupe linéaire ; transposition.

1.5 Matrices et applications linéaires.

Matrice représentative dans une base d'une famille de vecteurs, dans un couple de bases d'une application linéaire, matrice d'une composée, lien entre matrices inversibles et isomorphismes ; application linéaire canoniquement associée à une matrice, noyau, image, rang d'une matrice, blocs, produit par blocs.

1.6 Changement de bases, équivalence et similitude.

Matrice de passage, formules de changement de base(s), matrices équivalentes et rang, matrices semblables et trace, trace d'un endomorphisme.

1.7 Déterminants.

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base, déterminant d'un endomorphisme, déterminant d'une matrice carrée, déterminant d'un produit, d'une transposée, développement suivant une ligne ou une colonne, déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, déterminant de Vandermonde ; comatrice.

2 Exercices de la banque CCINP.

60-63-64-71

Prochaine semaine : début de la réduction.