

Programme de colles

MP2

du 23 au 27 mars 2020.

1 Variables aléatoires discrètes.

1.1 Généralités.

Définition, loi d'une variable aléatoire discrète. Lois usuelles : loi géométrique, caractérisation comme loi sans mémoire ; loi de Poisson, approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson.

1.2 Couples de variables aléatoires, indépendance.

Couple de variables aléatoires discrètes : loi conjointe, lois marginales. Loi conditionnelle, indépendance. Extension aux n -uplets de variables aléatoires, mutuelle indépendance, lemme des coalitions.

1.3 Espérance.

Définition. Lois usuelles : espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, une loi de Poisson. Linéarité, positivité, croissance, domination, espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes, théorème de transfert. Inégalité de Markov.

1.4 Variance, écart-type et covariance.

Moments. Si X possède un moment d'ordre 2 alors X est d'espérance finie. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Variance, formule de Huygens, $V(aX + b) = a^2V(X)$, variable aléatoire centrée, réduite. Lois usuelles : variance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, une loi de Poisson. Inégalité de Bienaymé-Tchébychev. Covariance, formule de Koenig-Huygens. Variance d'une somme, cas particulier de variables aléatoires indépendantes deux à deux. Loi faible des grands nombres.

1.5 Fonctions génératrices.

Définition, caractérisation de la loi par la fonction génératrice. Fonctions génératrice et moments : X possède une espérance finie si et seulement si G_X est dérivable en 1, X possède un moment d'ordre 2 si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1. Fonctions génératrices des lois usuelles (les étudiants doivent savoir les calculer). Fonctions génératrices et somme de variables aléatoires indépendantes.

2 Exercices de la banque CCINP.

96-97-100-102-103-106-108-110-111.