

Programme de colles

MP2

du 21 au 25 mars 2022.

1 Probabilités.

1.1 Espaces probabilisés.

Tribus, univers, événements, espace probabilisable, événements incompatibles, système complet d'événements. Probabilités, espace probabilisé, événement négligeable, presque sûr, soit Ω un ensemble au plus dénombrable, si \mathbb{P} est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$, on pose, pour tout $\omega \in \Omega$, $p_\omega = \mathbb{P}(\{\omega\})$, alors $(p_\omega)_{\omega \in \Omega}$ est une famille sommable de somme 1, réciproquement, si $(p_\omega)_{\omega \in \Omega}$ est une famille sommable de réels positifs de somme 1, il existe une unique probabilité \mathbb{P} sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ telle que pour tout $\omega \in \Omega$, $p_\omega = \mathbb{P}(\{\omega\})$ et pour tout événement A , $\mathbb{P}(A) = \sum_{\omega \in A} p_\omega$. Théorème de continuité monotone sous-additivité.

1.2 Probabilités conditionnelles et indépendance.

Définitions, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes. Indépendance : deux à deux, mutuelle, passage à l'événement contraire.

2 Variables aléatoires discrètes.

2.1 Généralités.

Définition, loi d'une variable aléatoire discrète. Lois usuelles : loi géométrique, caractérisation comme loi sans mémoire ; loi de Poisson, approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson.

2.2 Couples de variables aléatoires, indépendance.

Couple de variables aléatoires discrètes : loi conjointe, lois marginales. Loi conditionnelle, indépendance. Extension aux n -uplets de variables aléatoires, mutuelle indépendance, lemme des coalitions.

2.3 Espérance.

Définition. Lois usuelles : espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, une loi de Poisson. Linéarité, positivité, croissance, domination, espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes, théorème de transfert. Inégalité de Markov.

3 Exercices de la banque CCINP.

96-97-102-106-111.