

Programme de colles

MPI

du 25 au 29 mars 2024.

1 Réduction

Sous-espaces stables, valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres. Polynôme caractéristique. Diagonalisation, trigonalisation.

Utilisation de polynômes annulateurs. Polynôme minimal. Théorème de Cayley-Hamilton.

Polynômes annulateurs et diagonalisabilité : lemme des noyaux. Critère de diagonalisabilité pour un endomorphisme en dimension finie ou pour une matrice : existence d'un polynôme annulateur scindé à racines simples ou le polynôme minimal est scindé à racines simples.

Polynômes annulateurs et trigonalisabilité. Endomorphismes nilpotents. Pour $u \in \mathcal{L}(E)$, avec E de dimension finie. Si u possède un polynôme annulateur scindé, alors E se décompose en la somme directe de sous-espaces stables par u sur chacun desquels u induit la somme d'une homothétie et d'un endomorphisme nilpotent. Traduction matricielle.

Sous-espaces caractéristiques d'un endomorphisme à polynôme caractéristique scindé. Ils sont supplémentaires dans E . Version matricielle.

2 Endomorphismes d'un espace euclidien.

Adjoint d'un endomorphisme. Matrices orthogonales. Endomorphismes symétriques d'un espace euclidien. Théorème spectral pour les endomorphismes symétriques et version matricielle.

Isométries vectorielles d'un espace euclidien. Si f est un automorphisme orthogonal, il existe une base orthonormée dans laquelle la matrice représentative de f est diagonale par blocs, avec des blocs de taille 1 contenant 1 ou -1 et des blocs de taille 2 qui sont des matrices de rotation plane avec une mesure de l'angle dans $]0, \pi[\cup]\pi, 2\pi[$.