Programme de colles
MPI
du 19 au 23 septembre 2022.

1 Séries numériques : révisions.

1.1 Premières propriétés, exemples

Séries géométriques ; transformation suite-série, séries de Riemann.

1.2 Séries à termes positifs

Théorèmes de comparaison ; comparaison à une série de Riemann, comparaison à une série géométrique (règle de d'Alembert).

1.3 Séries numériques

Convergence absolue, la convergence absolue implique la convergence, exponentielle ; sommation des relations de comparaison ; théorème spécial à certaines séries alternées.

1.4 Comparaison série-intégrale

2 Familles sommables.

2.1 Familles sommables de réels positifs.

Somme d'une famille d'éléments de $[0, +\infty]$ (elle peut être infinie). Invariance de la somme par permutation. Famille de réels positifs sommable. Pour une série de réels positifs $\sum u_n$ converge si et seulement si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est sommable et si $\sum u_n$ converge, $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n = \sum\limits_{n\in\mathbb{N}} u_n$, comparaison. Somme de deux familles de réels positifs, stabilité de la sommabilité par l'addition. Somme d'une famille de réels positifs multipliés par une constante $\lambda > 0$. Multiplication par un réel positif d'une famille sommable. Sommation par paquets, théorème de Fubini positif.

2.2 Familles sommables de nombres complexes.

Définitions d'une famille sommable et de la somme d'une famille sommable. Pour une série de complexes $\sum u_n$: $\sum u_n$ converge absolument si et seulement si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est sommable et si $\sum u_n$ converge absolument, $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n = \sum\limits_{n\in\mathbb{N}} u_n$, inégalité triangulaire, permutation de l'ordre de sommation, linéarité de la somme, sommation par paquets, théorème de Fubini, cas d'une famille du type $(a_i b_j)_{(i,j)\in I\times J}$, généralisation à un produit fini. Produit de Cauchy : exemple de l'exponentielle.

3 Exercices de la banque CCINP.

5-6-7-46

Prochaine semaine : début de la réduction.