Programme de colles
MP2
du 28 février au 4 mars 2022.

1 Espaces préhilbertiens réels, endomorphismes des espaces euclidiens.

1.1 Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie.

Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, caractérisation métrique du projeté orthogonal, inégalité de Bessel.

1.2 Suites orthonormales de vecteurs d'un espace préhilbertien réel.

Suites totales, si $(e_k)_{k\in\mathbb{N}}$ est une suite totale de E et si pour $n \in \mathbb{N}$, on note p_n le projecteur orthogonal sur $\mathrm{Vect}(e_0, \dots, e_n)$, alors pour $x \in E$, $(p_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers x, égalité de Parseval-Bessel.

1.3 Endomorphismes symétriques d'un espace euclidien.

Définition, caractérisation par la symétrie de la matrice représentative dans une base orthonormée. Théorème spectral pour les endomorphismes symétriques et version matricielle.

1.4 Isométries vectorielles d'un espace euclidien.

Définition, caractérisation par la conservation du produit scalaire, caractérisation par le fait que l'image d'une base orthonormée soit une base orthonormée. Si f est un automorphisme orthogonal, il existe une base orthonormée dans laquelle la matrice représentative de f est diagonale par blocs, avec des blocs de taille 1 contenant 1 ou -1 et des blocs de taille 2 qui sont des matrices de rotation plane avec une mesure de l'angle dans $]0, \pi[\cup]\pi, 2\pi[$. Cas particulier de la dimension 3 et d'une isométrie vectorielle directe.

2 Exercices de la banque CCINP.

39-68-76-77-78-79-80-81-82-92.

Prochaine semaine : fonctions convexes, fonctions à valeurs vectorielles, arcs paramétrés.