

# Programme de colles

## MPI

du 19 au 23 février 2024.

### 1 Equations différentielles linéaires.

#### 1.1 Equations différentielles linéaires d'ordre 1.

Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1 : révisions de première année, y compris avec recollement lorsque le coefficient devant  $y'$  s'annule. Cas général : théorème de Cauchy linéaire (démonstration non exigible), structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, ensemble des solutions de l'équation avec second membre.

#### 1.2 Equations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants homogènes.

Résolution de  $X' = AX$  lorsque  $A$  est diagonalisable, exemple quand  $A$  est trigonalisable. Exponentielle d'un endomorphisme. L'exponentielle est continue,  $t \mapsto \exp(ta)$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ , si  $a$  et  $b$  commutent  $\exp(a) \circ \exp(b) = \exp(a + b)$ . Exponentielle d'une matrice. Mêmes propriétés que précédemment. Exponentielle d'une matrice diagonale, les exponentielles de matrices semblables sont semblables, l'exponentielle du spectre de  $A$  est inclus dans le spectre de  $\exp(A)$ , avec égalité si  $A$  est trigonalisable. Applications aux équations différentielles linéaires homogènes du premier ordre à coefficients constants.

#### 1.3 Equations différentielles linéaires scalaire d'ordre n.

Transformation du problème en une équation différentielle vectorielle d'ordre 1. Théorème de Cauchy linéaire, structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, ensemble des solutions de l'équation avec second membre. Cas particulier  $n = 2$ . Wronskien, équation différentielle vérifiée par le wronskien, méthode du wronskien. Méthode de Lagrange (ou variation de la constante). Recherche de solutions développables en séries entières. Méthode de variation des constantes.

### 2 Exercices de la banque CCINP.

31-32-74-75.

**Prochaine semaine** : révisions, à définir.