

# Programme de colles

## MPI

du 12 au 16 février 2024.

### 1 Probabilités.

#### 1.1 Espaces probabilisés.

#### 1.2 Probabilités conditionnelles et indépendance.

#### 1.3 Distribution de probabilités discrètes.

### 2 Variables aléatoires discrètes.

#### 2.1 Généralités.

Définition, loi d'une variable aléatoire discrète. Lois usuelles : loi géométrique, caractérisation comme loi sans mémoire ; loi de Poisson, approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson.

#### 2.2 Couples de variables aléatoires, indépendance.

Couple de variables aléatoires discrètes : loi conjointe, lois marginales. Loi conditionnelle, indépendance. Extension aux  $n$ -uplets de variables aléatoires, mutuelle indépendance, lemme des coalitions.

#### 2.3 Espérance.

Définition. Lois usuelles : espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, une loi de Poisson. Théorème de transfert, linéarité, positivité, croissance, domination, espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes. Inégalité de Markov.

#### 2.4 Variance, écart-type et covariance.

Si  $X \in L^2$ , alors  $X \in L^1$ . Inégalité de Cauchy-Schwarz. Variance, formule de Huygens,  $V(aX + b) = a^2V(X)$ , variable aléatoire centrée, réduite. Lois usuelles : variance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, une loi de Poisson. Inégalité de Bienaymé-Tchébychev. Covariance, formule de Koenig-Huygens. Variance d'une somme, cas particulier de variables aléatoires indépendantes deux à deux. Loi faible des grands nombres.

#### 2.5 Fonctions génératrices.

Définition, caractérisation de la loi par la fonction génératrice.  $X$  possède une espérance finie si et seulement si  $G_X$  est dérivable en 1,  $X \in L^2$  si et seulement si  $G_X$  est deux fois dérivable en 1. Fonctions génératrices des lois usuelles (les étudiants doivent savoir les calculer). Fonctions génératrices et somme de variables aléatoires indépendantes.

### 3 Exercices de la banque CCINP.

96-97-100-102-103-106-108-110-111.

**Prochaine semaine** : équations différentielles linéaires.