Programme de colles

MPI

du 5 au 9 février 2024.

1 Probabilités : révisions de sup.

1.1 Généralités.

Espaces probabilisés finis ; probabilités conditionnelles : formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes ; événements indépendants.

1.2 Variables aléatoires sur un univers fini.

Lois usuelles : uniforme, Bernoulli et binomiale ; espérance, variance, inégalités de Markov et de Tchebychev ; couples de variables aléatoires, loi du couple, lois marginales, indépendance, covariance.

2 Probabilités.

2.1 Espaces probabilisés.

Tribus, univers, événements, espace probabilisable, événements incompatibles, système complet d'événements. Probabilités, espace probabilisé, événement négligeable, presque sûr. Continuité croissante, continuité décroissante, sous-additivité.

2.2 Probabilités conditionnelles et indépendance.

Définitions, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes. Indépendance : deux à deux, mutuelle, passage à l'événement contraire.

2.3 Distribution de probabilités discrètes.

Soit $(p_\omega)_{\omega\in\Omega}$ est une distribution de probabilités discrètes sur Ω. Il existe une unique probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ telle que pour tout $\omega \in \Omega$, $p_\omega = \mathbb{P}(\{\omega\})$ et pour tout événement A,
$\mathbb{P}(A) = \sum\limits_{\omega\in A} p_\omega$.
Réciproquement, si Ω est au plus dénombrable et si $\mathbb{P}$ est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$, on pose, pour tout $\omega \in \Omega$, $p_\omega = \mathbb{P}(\{\omega\})$, alors $(p_\omega)_{\omega\in\Omega}$ est une famille sommable de somme 1, i.e. une distribution de probabilités discrètes sur Ω.

3 Exercices de la banque CCINP.

95-98-99-101-104-105-107-109-112

Prochaine semaine : variables aléatoires.