

Programme de colles

PSI

du 20 au 31 mars 2017.

1 Etude des endomorphismes orthogonaux ou symétriques.

1.1 Endomorphismes symétriques, orthogonaux.

Définitions, groupe orthogonal, matrices orthogonales, groupe orthogonal et déterminant, orientation, produit vectoriel.

1.2 Réduction des endomorphismes symétriques et classification des automorphismes orthogonaux en dimension 2 ou 3.

Théorème spectral pour les endomorphismes et version matricielle. L'étude des quadriques n'est plus au programme. Isométrie vectorielle d'un plan euclidien orienté, isométrie vectorielle d'un espace euclidien de dimension 3 orienté.

2 Variables aléatoires discrètes.

2.1 Définitions

Loi d'une variable aléatoire discrète, fonction de répartition, couple de variables aléatoires discrètes : loi conjointe, lois marginales, dépendance.

2.2 Espérance et variance.

Définition de l'espérance. Pour une loi X à valeurs dans \mathbb{N} d'espérance finie, $E(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(X \geq n)$. Théorème du transfert (admis), linéarité de l'espérance (admis), positivité et croissance de l'espérance, espérance

d'un produit de variables aléatoires indépendantes (admis). Variance, formule de Huygens, écart-type, variance et écart-type de $aX + b$ avec X^2 d'espérance finie. Inégalité de Cauchy, covariance, coefficient de corrélation, variance d'une somme de variables aléatoires.

2.3 Fonctions génératrices.

Variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{N} : fonction génératrice, lien avec l'espérance et la variance. Fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{N} indépendantes.

2.4 Lois usuelles.

Loi géométrique, caractérisation comme loi sans mémoire. Loi de Poisson, somme de deux variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Poisson.

2.5 Résultats asymptotiques.

Inégalité de Markov et de Tchébychev, approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson, loi faible des grands nombres.

Prochaine quinzaine : équations différentielles et étude des endomorphismes symétriques ou orthogonaux d'un espace vectoriel euclidien.