

Programme de colles

PSI

du 26 mars au 6 avril 2018.

Oral blanc

1 Probabilités : révisions de sup.

2 Espaces probabilisés.

2.1 Espaces probabilisés.

Ensembles dénombrables. Tribus, probabilité, continuité croissante, continuité décroissante.

2.2 Conditionnement et dépendance.

Probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes ; événements indépendants.

3 Variables aléatoires discrètes.

3.1 Définitions

Loi d'une variable aléatoire discrète, fonction de répartition, couple de variables aléatoires discrètes : loi conjointe, lois marginales, dépendance.

3.2 Espérance et variance.

Définition de l'espérance. Pour une loi X à valeurs dans \mathbb{N} d'espérance finie, $E(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(X \geq n)$.

Théorème du transfert (admis), linéarité de l'espérance (admis), positivité et croissance de l'espérance, espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes (admis). Variance, formule de Huygens, écart-type, variance et écart-type de $aX + b$ avec X^2 d'espérance finie. Inégalité de Cauchy, covariance, coefficient de corrélation, variance d'une somme de variables aléatoires.

3.3 Fonctions génératrices.

Variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{N} : fonction génératrice, lien avec l'espérance et la variance. Fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{N} indépendantes.

3.4 Lois usuelles.

Loi géométrique, caractérisation comme loi sans mémoire. Loi de Poisson, somme de deux variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Poisson.

3.5 Résultats asymptotiques.

Inégalité de Markov et de Tchébychev, approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson, loi faible des grands nombres.